

UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA
FACULTATEA DE ECONOMIE ȘI ADMINISTRAREA AFACERILOR
ȘCOALA DOCTORALĂ DE ȘTIINȚE SOCIO-UMANE
DOMENIUL: CIBERNETICĂ ȘI STATISTICĂ ECONOMICĂ

TEZA DE DOCTORAT

METODE AVANSATE DE ANALIZĂ
SPECTRALĂ UTILIZATE ÎN MODELAREA ȘI
PREDICȚIA SERIILOR FINANCIARE

== REZUMAT ==

Coordonator științific,
Prof. univ. dr. Vasile GEORGESCU

Doctorand,
Sorin-Manuel DELUREANU

Craiova
2016

CUPRINS

Introducere.....	6
1. Elemente de teoria probabilităților, teoria proceselor stocastice și teoria semnalelor	14
1.1 Elemente de teoria probabilităților.....	14
1.1.1 Spațiu de probabilitate	14
1.1.2 Variabile aleatoare.....	15
1.1.3 Distribuția comună a variabilelor aleatoare multidimensionale.....	19
1.1.4 Șiruri aleatoare în notație matricială.....	22
1.2 Elemente de teoria proceselor stocastice.....	26
1.2.1 Noțiunea de proces stochastic.....	26
1.2.2 Procese staționare.....	27
1.2.3 Convergența șirurilor aleatoare.....	28
1.2.4 Continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea în medie pătratică a funcțiilor aleatoare.....	29
1.3 Elemente de teoria semnalelor	33
1.3.1 Tipuri de semnale.....	33
1.3.2 Semnalul de tip zgomot.....	39
1.3.3 Câteva semnale uzuale.....	40
1.3.4 Domeniul timpului și domeniul frecvenței.....	46
1.3.5 Exemple de spectre de frecvență.....	48
2. Analiza spectrală clasică.....	50
2.1. Funcții periodice.....	50
2.2. Funcții ortogonale.....	51
2.3. Sisteme de funcții ortogonale complete.....	52
2.4. Serii Fourier.....	54
2.4.1 Definiție.....	54
2.4.2 Inegalitatea lui Bessel și teorema lui Parseval.....	57
2.4.3 Serii Fourier Generalizate.....	58
2.4.4 Operații pe serii Fourier.....	62
2.5. Transformata Fourier Discretă.....	67

2.5.1 Transformata Fourier Discretă directă.....	67
2.5.2 Transformata Fourier Discretă Inversă.....	68
2.5.3 Perechile de Transformate Fourier.....	69
2.5.4 Transformata Fourier Rapidă (FFT).....	70
2.6. Metode neparametrice de estimare a spectrului.....	71
2.6.1 Utilizarea Periodogramei în estimarea spectrului.....	72
2.6.2 Utilizarea FFT (DFT) în estimarea spectrului.....	80
2.6.3 Transformarea cosinus discretă (DCT).....	86
3. Modelarea și predicția cursului de schimb valutar, utilizând analiza spectrală	
Fourier.....	106
3.1 Prezentarea aplicației și metodelor utilizate.....	106
3.2 Descrierea procedurilor de calcul și a rezultatelor obținute.....	107
4. Tehnici avansate de analiză spectrală: Analiza Componentelor Independente	
și Analiza Spectrului Singular.....	125
4.1. Analiza Componentelor Independente.....	125
4.1.1. Introducere.....	125
4.1.2. Preprocesarea datelor.....	127
4.1.3. Abordări privind extragerea factorilor independenți dintr-o	
mixtură de semnale.....	128
4.1.4. Problema predicției seriilor de timp utilizând ICA în	
combinație cu alt instrument de predicție.....	132
4.2. O metodă spectrală avansată: Analiza Spectrului Singular.....	134
5. Aplicații ale analizei componentelor independente și analizei spectrului singular la	
modelarea și predicția seriilor de timp financiare.....	139
5.1. Utilizarea analizei componentelor independente pentru separarea factorilor	
fundamentali și netezirea seriilor de schimb valutar.....	139
5.2. Modelarea și predicția unei serii de timp 3-dimensionale reprezentând valorile	
(minimă, medie, maximă) ale prețului unui active financiar, utilizând Analiza	
Spectrului Singular.....	146
5.3. Utilizarea ICA în combinație cu SSA pentru robustificarea predicției	
seriilor de timp multidimensionale.....	153
Concluzii generale.....	160
Bibliografie.....	164

1. Introducere: stadiul cunoașterii in domeniu

Analiza spectrală are o istorie lungă. Începuturile sale datează încă din vremea lui Pitagora, care încerca să găsească legile armoniei muzicale, a căror expresie matematică a fost găsită abia în secolul al XVIII-lea, în termenii ecuației de undă. Primul care a descoperit o soluție pentru ecuația de undă a fost baronul Jean Baptiste Joseph de Fourier în 1807 cu introducerea seriei Fourier. Teoria lui Fourier a fost extinsă la cazul funcțiilor ortogonale arbitrare de Sturm și Liouville în 1836. Teoria Sturm-Liouville a condus la cel mai mare succes empiric al analizei spectrale prin formularea mecanicii cuantice de Heisenberg și Schrodinger în 1925 și 1926. În 1929 John von Neumann a pus teoria spectrală a atomului pe o fundație matematică fermă în teorema lui de reprezentare spectrală în spațiul Hilbert. Între timp, Wiener a dezvoltat teoria matematică a mișcării browniene în 1923, iar în 1930 a introdus analiza armonică generalizată, adică, reprezentarea spectrală a unui proces aleator staționar. Suportul comun al reprezentărilor spectrale ale lui von Neumann și Wiener este spațiul Hilbert. În 1942 Wiener a aplicat metodele sale la problemele de predicție și de filtrare, iar lucrarea sa a fost interpretată și extinsă de Norman Levinson. Wiener, în lucrarea sa empirică pune mai mult accent pe funcția de autocorelație decât pe spectrul de putere. Istoria modernă a estimării spectrale începe cu descoperirea lui J. W. Tukey în 1949, care este echivalentul statistic al descoperirii lui Fourier. Cu toate acestea, analiza spectrală a fost costisitoare din punct de vedere computațional. Ea a devenit accesibilă odată cu publicarea în 1965 a algoritmului transformatei Fourier rapide de J. S. Cooley și J. W. Tukey. Metoda lui Cooley-Tukey a permis în practică procesarea semnalelor sub formă de undă atât în domeniu timpului, cât și în domeniul frecvenței, ceva ce nu era posibil cu sisteme continue. Transformata Fourier nu a devenit doar o descriere teoretică, ci și un instrument. Odată cu dezvoltarea transformatei Fourier rapide domeniul analizei spectrale empirice a crescut în importanță, iar acum este o disciplină majoră. În continuare contribuții importante au fost: introducerea analizei entropiei maxime spectrale de John Burg în 1967; dezvoltarea de ferestre spectrale de

Emmanuel Parzen și alții, începând din anii 1950; munca statistică a lui Maurice Priestley, testarea ipotezelor în analiza seriilor de timp de Peter Whittle, începând din 1951; abordarea Box-Jenkins a lui George Box și G.M. Jenkins în 1970; estimarea spectrală autoregresivă și criteriile de determinare a ordinului ale lui E. Parzen și H. Akaike începând din anii 1960; etc.

Ceva mai recent, la metodele clasice de analiză spectrală s-au adăugat o serie de metode noi, considerate a face parte din sfera inteligenței computaționale, precum Analiza Spectrului Singular (SSA: Singular Spectrum Analysis), Analiza Componentelor Independente (ICA: Independent Component Analysis) și Analiza Undinelor (WA: Wavelets Analysis). Primele două metode (SSA și ICA) vor face obiectul cercetării în cadrul acestei teze, fiind vizat în special potențialul lor aplicativ în analiza, modelarea neparametrică, filtrarea zgomotului (netezirea) și predicția seriilor financiare.

Analiza Spectrului Singular (SSA: Singular Spectrum Analysis) face parte din clasa metodelor de procesare a semnalului bazate pe subspații. O evoluție importantă a fost formularea descompunerii spectrale a operatorului de covarianță a proceselor stocastice de către Kari Karhunen și Michel Loeve la sfârșitul anilor 1940 (Loeve, 1945, Karhunen, 1947).

Broomhead și King (1986) și Fraedrich (1986) au propus utilizarea SSA și SSA cu canale multiple (M-SSA), în contextul dinamicii neliniare, în scopul de a reconstitui atractorului unui sistem de serii de timp măsurate. Acești autori au oferit o extindere și o aplicare mai solidă a ideii de reconstruire a dinamicii dintr-o singură serie de timp, bazată pe teorema incorporării (embedding theorem). Alți autori au aplicat versiuni simple ale M-SSA la seturile de date meteorologice și ecologice (Colebrook, 1978, Barnett și Hasselmann, 1979, Weare și Nasstrom, 1982).

Ghil, Vautard și colegii lor (1989, 1991, 1992, 2002) au observat analogia dintre matricea traiectoriilor a lui Broomhead și King, pe de o parte, și descompunerea Karhunen-Loeve (Analiza Componentelor Principale în domeniul timp), pe de altă parte. Astfel, SSA poate fi utilizată ca metodă în domeniul timpului și în domeniul

frecvenței pentru analiza seriilor de timp - independent de reconstrucția atractorului și inclusiv în cazurile în care acesta din urmă poate eșua.

Așa-numita metodologie "Caterpillar" este o versiune a SSA, care a fost dezvoltată în fosta Uniune Sovietică, independent de cercetările desfășurate în Occident. Această metodologie a devenit cunoscută în restul lumii, mai recent (Danilov și Zhigljavsky, 1997, Zhigljavsky 2010, Golyandina et al, 2001, Golyandina și Zhigljavsky, 2013). "Caterpillar-SSA" pune accentul pe conceptul de separabilitate, un concept care conduce, de exemplu, la recomandările specifice în ceea ce privește alegerea parametrilor SSA.

În ultimele două decenii, separarea în orb a surselor (BBS: Blind Source Separation) prin Analiza Componentelor Independente (ICA: Independent Component Analysis) a primit o atenție specială datorită aplicațiilor sale potențiale în procesarea semnalelor, cum ar fi în sistemele de recunoaștere a vorbirii, de telecomunicații și de prelucrare a semnalelor medicale. Scopul ICA este de a recupera sursele independente dispunând doar de observații de la senzori care sunt mixturi liniare necunoscute ale semnalelor sursă independente neobservabile. Spre deosebire de transformările bazate pe corelare, cum ar fi Analiza Componentelor Principale (PCA), ICA nu numai decorează semnalele (până la statisticile de ordinal 2), dar reduce, de asemenea, dependențele statistice de ordin superior, încercând să facă semnalele cât mai independente.

Au existat două domenii diferite de cercetare ce au luat în considerare analiza componentelor independente. Pe de o parte, studiul separării surselor mixte observate într-o serie de senzori a fost o problemă clasică și dificilă de prelucrare a semnalului. Lucrarea de pionierat privind separarea în orb a surselor se datorează lui Jutten, Herault și Guerin (1988). Ei au propus un algoritm adaptiv într-o arhitectură simplă de feedback. Regula de învățare s-a bazat pe o abordare neuromimetică și a fost capabilă să separe simultan surse independente necunoscute. Această abordare a fost explicată și dezvoltată în continuare de către Jutten și Herault (1991), Comon (1991), Karhunen și Joutsensalo (1993), Cichocki și Moszczynski (1992) și alții. Mai mult decât atât, Comon (1994) a introdus conceptul de analiză a componentelor

independente și a propus funcțiile de cost legate de minimizarea informației reciproce între senzori.

Pe de altă parte, și în paralel cu studiile de separare în orb a surselor, reguli de învățare nesupravegheată bazate pe teoria informației au fost propuse de Linsker (1992), Becker și Hinton (1992) și alții. Ideea a fost de a maximiza informația reciprocă între intrările și ieșirile unei rețele neuronale. Această abordare este legată de reducerea redundanței care a fost sugerată de Barlow (1961), ca strategie de codificare în neuroni. Fiecare neuron ar codifica caracteristici care sunt independente statistic fata de alti neuroni.

Bell și Sejnowski (1995) au fost primii care explică problema separării în orb a surselor din punct de vedere informațional teoretic și aplicarea acestora la separarea și deconvoluția surselor. Metodele lor adaptive sunt mai plauzibile dintr-o perspectivă de procesare neuronală decât funcțiile de cost bazate pe cumulanți propuse de. O metodă adaptivă similară, dar "ne-neuronală" de separare a surselor a fost propusă de Cardoso și Laheld (1996).

Alti algoritmi au fost propuși din perspective diferite: abordarea bazată pe estimarea verosimilității maxime a fost propusă pentru prima dată de Gaeta și Lacoume (1990), abordarea bazată pe maximizarea negentropiei de Girolami și Fyfe (1996), algoritmul PCA neliniar dezvoltat de Karhunen și Joutsensalo (1994) și Oja (1995). Lee, Girolami și Sejnowski (1997) oferă un cadru unificator pentru problema separării sursei prin explicarea relația dintre algoritmi diferiți unul de altul. Regula de învățare derivată este optimizată atunci când se utilizează gradientul natural (Amari, 1997) sau gradientul relativ (Cardoso și Laheld, 1996).

Algoritmul propus inițial de Bell și Sejnowski (1995) a fost adaptat pentru a separa surse super-gaussiene. Pentru a depăși această limitare au fost dezvoltate alte tehnici care au fost în măsură să separe simultan surse sub- și surse super-gaussiene. Pearlmutter și Parra (1996) obțin o regulă de învățare ICA generalizată din estimația de verosimilitate maximă unde modelează explicit distribuția sursei de bază care a fost presupusă a fi fixată în algoritmul inițial. Deși estimarea densității era greoaie și a necesitat o cantitate suficientă de date, algoritmul a fost capabil să separe un număr destul de mare de surse cu o gamă largă de distribuții. Un algoritm mai

simplu și extrem de eficient a fost propus de Girolami și Fyfe (1996) printr-o abordare bazată pe maximizarea negentropie. Lee, Girolami și Sejnowski (1997) derivă aceeași regulă de învățare din abordarea Infomax ce păstrează arhitectura simplă și arată viteza superioară de convergență.

Pentru aplicațiile uzuale, modelul de amestecare instantanee poate fi adecvat, deoarece întârzierile de propagare sunt neglijabile. Cu toate acestea, în medii reale pot să apară întârzieri substanțiale și este nevoie de o arhitectură și algoritm pentru a ține cont de amestecarea surselor întârziate în timp și surselor în convoluție. Problema de separare în orb a surselor pe mai multe canale a fost abordată de către Yellin și Weinstein (1994) și Ngyuen și Jutten (1995) și alții, utilizând criterii bazate pe cumulanții de ordinul 4.

ICA și SSA sunt metode de analiză spectrală avansate și destul de noi. Ele sunt general aplicabil în procesul de prelucrare a semnalelor, oferind deschideri către o varietate de aplicații potențiale. În această teză sunt explorate aplicații ale ICA și SSA în analiza, modelarea, filtrarea zgomotului (netezirea) și predicția seriilor financiare.

2. Structura tezei

Structura tezei cuprinde o introducere, 5 capitole și concluzii. Trei dintre cele 5 capitole (1,2 și 4) au caracter teoretic, iar celelalte două (3 și 5) au caracter aplicativ.

Primul capitol, numit „**Elemente de teoria probabilităților, teoria proceselor stocastice și teoria semnalelor**” introduce principalele noțiuni matematice pe care se sprijină teoria clasică a analizei spectrale. La baza tuturor acestor teorii stau, evident noțiunile și conceptele definite de teoria probabilităților.

Obiectele de interes în estimarea spectrului sunt procesele stocastice (aleatoare). Ele reprezintă fluctuațiile în timp ale unei anumite cantități care nu poate fi descrisă în întregime de către funcțiile deterministe. Dinamica variabilelor economice sau financiare, precum evoluția cursului valutar, sau variațiile zilnice ale indicelui bursier, sunt câteva exemple de procese aleatoare. Formal, un proces aleator este definit ca o

colecție de variabile aleatoare indexate în raport cu timpul. Mulțimea indicilor este infinită și poate fi continuă sau discretă. Dacă mulțimea indicilor este continuă, procesul aleator este cunoscut ca un proces aleator în timp continuu, iar dacă mulțimea indicilor este discretă, el este cunoscut ca un proces aleator în timp discret.

În această teză ne vom concentra numai asupra proceselor în timp discret unde mulțimea indicilor este setul de numere întregi.

Teoria semnalelor este de asemenea esențială pentru analiza spectrală, în special în legătură cu problematica eșantionării semnalelor în timp discret și a cuantizării lor în domeniul amplitudinii. Analiza semnalelor oferă două tipuri de abordări: în domeniul timpului și în domeniul frecvenței.

Al doilea capitol, numit „**Analiza spectrală clasică**” face o amplă trecere în revistă a teoriilor spectrale clasice ce au ca punct de plecare seria Fourier și transformata Fourier. Principalul obiectiv în estimarea spectrului este determinarea densității spectrului de putere (PSD) a unui proces aleator. PSD este o funcție care joacă un rol fundamental în analiza proceselor aleatoare staționare în care cuantifică distribuția puterii totale în funcție de frecvență. Estimarea PSD se bazează pe un set de eșantioane de date observate ale unui proces. O ipoteză necesară este că procesul aleator este cel puțin staționar în sens larg, adică, statisticile sale de primul și al doilea ordin nu se schimbă în timp. PSD estimat oferă informații despre structura procesului aleator care pot fi apoi utilizate pentru modelarea, predicția sau filtrarea procesului observat. Un interes special în cadrul capitolului se acordă transformate Fourier discrete (directă și inversă), respectiv transformatei Fourier rapide (directă și inversă). Sunt atent discutate principalele metode neparametrice de estimare a spectrului, între care periodograma și transformata Fourier rapidă joacă un rol important.

Capitolul al treilea, intitulat „**Modelarea și predicția cursului de schimb valutar, utilizând analiza spectrală Fourier**” propune o aplicație a analizei spectrale clasice în modelarea seriilor financiare. Prin natura lor, acestea sunt de regulă nestaționare, în vreme ce tehnicile Fourier se adresează seriilor staționare în sens larg. Utilizarea lor presupune deci o staționarizare prealabilă a seriei. Aplicația are la bază 4

proceduri: o procedură de ajustare parametrică a trendului în scopul eliminării sale pentru a staționariza seria; a doua procedură utilizează Transformarea Fourier Rapidă (FFT) care face trecerea de la reprezentarea semnalului în domeniul timpului (amplitudine versus timp) la reprezentarea în domeniul frecvenței (amplitudine versus frecvență); a treia procedură utilizează Transformata Fourier Rapidă Inversă (IFFT) prin care sunt reconvertite rezultatele FFT înapoi în domeniul timpului, nu înainte de a filtra frecvențele pentru a netezi reprezentarea (a reduce zgomotul); a patra procedură presupune o extrapolare a curbei IFFT printr-o ecuație care este adesea folosită pentru a calcula Transformata Fourier Discretă și care ne permite să realizăm o predicție a seriei de timp pe un orizont de predicție rezonabil. Rezultatele sunt încurajatoare cu privire la capacitatea predictivă a metodei, ținând cont că problema de predicție în sine este deosebit de dificilă, situându-se la limita de impredictibilitate.

Capitolul al 4-lea, intitulat „**Tehnici avansate de analiză spectrală: Analiza Componentelor Independente și Analiza Spectrului Singular**”, prezintă cele două metode de analiză spectrală avansată (ICA și SSA), asupra cărora ne-am referit deja în introducere. Aspectele algoritmice specifice celor două metode sunt amplu discutate.

Capitolul al 5-lea, intitulat „**Aplicații ale analizei componentelor independente și analizei spectrului singular la modelarea și predicția seriilor de timp financiare**” are caracter aplicativ și explorează potențialul celor două metode într-un domeniu (cel financiar) care nu face parte dintre domeniile de aplicație uzuale (cele ingineresti). Prezentăm 3 aplicații. Prima (**Utilizarea analizei componentelor independente pentru separarea factorilor fundamentali și netezirea seriilor de schimb valutar**) utilizează exclusiv ICA (mai precis o variantă a sa computationally eficientă, FastICA). Setul de date este constituit de 6 serii paralele de rate de schimb valutar, despre care se consideră că reprezintă amestecuri (mixturi) observabile ale unui set de factorilor fundamentali latenți (neobservabili), dar care presupunem că au reprezentat mecanismul de generare a datelor de observație considerate. Rolul ICA este să dezvăluie acești factori, adică să realizeze „separarea în orb a surselor”. Separarea unor astfel de factori cauzali fundamentali este foarte importantă pentru

analiza multivariată a seriilor de timp financiare, în scopul de a explica co-evoluțiile din trecut și pentru a anticipa evoluțiile viitoare. În plus, ICA permite și netezirea seriilor de timp prin eliminarea componentelor spectrale de amplitudine mică. A doua aplicație (**Modelarea și predicția unei serii de timp 3-dimensionale reprezentând valorile (minimă, medie, maximă) ale prețului unui active financiar, utilizând Analiza Spectrului Singular**) utilizează exclusiv ICA (de fapt, o extensie a sa pentru serii multidimensionale). Setul de date utilizat în această aplicație constă dintr-o serie de timp 3-dimensională a valorilor (minimă, medie, maximă) ale prețului activelor pentru societatea Antibiotice SA. Metoda realizează medelarea neparametrică a seriei, netezirea acesteia, iar în final predicția pe un anumit orizont. Pentru predicție se utilizează două metode: una recursivă și alta vectorială. SSA face parte din categoria metodelor de inteligență computațională și este cunoscută pentru acuratețea predicțiilor pe care le realizează, chiar și atunci când seriile sunt nestaționare și puternic neliniare. A treia aplicație (**Utilizarea ICA în combinație cu SSA pentru robustificarea predicției seriilor de timp multidimensionale**) folosește o abordare hibridă ce combină cele două metode, ICA-SSA. Studiile empirice au sugerat că mixturile pe care le observăm de fapt, pot fi mai bine prezise în mod indirect, prin intermediul factorilor latenți care stau la baza lor (componentele independente) relevate de ICA, urmată apoi de remixarea predicțiilor realizate pentru componentele independente pentru a produce predicții pentru mixturile observate. În acest sens, ICA poate fi privită ca o tehnică pentru robustificarea predicției seriilor de timp multidimensionale (vectorilor aleatori). Predicția în spațiul componentelor independente (dezvăluite aplicând FastICA) se realizează cu SSA. Motivul pentru care se preferă predicția componentelor independente este că acestea oferă de regulă reprezentări mai structurate și regulate, deci predicții mai exacte. Predicțiile sunt apoi remixate pentru a produce prognoze ale mixturilor observabile. Setul de date utilizat în această aplicație conține seriile de timp ale prețurilor activelor pentru 5 companii listate la Bursa de Valori București (BVB). Experimentele confirmă utilitatea abordării combinate ICA-SSA în îmbunătățirea predicțiilor.

Ultima parte a tezei este dedicată prezentării concluziilor de ansamblu și principalelor contribuții ale autorului.

Modelarea economico-financiară se concentrază în mod tradițional asupra unor abordări și metode în domeniul timpului (domeniul real), fiind rare situațiile în care se preferă abordări și metode în domeniul frecvenței (domeniul complex). Principala contribuție a acestei teze este că propune tehnici și strategii de modelare neconvenționale pentru domeniul considerat. În plus, ea extinde interesul de la metodele clasice de analiză spectrală, către tehnici avansate din categoria inteligenței computaționale, precum SSA și ICA. Cercetarea se bazează pe consultarea unei ample literaturi de specialitate. Aplicațiile au fost implementate în Matlab și parcurg toate etapele de testare și validare experimentală.

3. Aplicații. Contribuții personale

3.1. Modelarea și predicția cursului de schimb valutar, utilizând analiza spectrală Fourier

Predicția pietelor valutare sau piețelor de valori poate fi foarte dificilă. În încercarea de a realiza acest lucru, vor folosi diverși algoritmi matematici, cum ar fi estimarea parametrică a trendul procesului (în scopul eliminării sale și deci al staționarizării seriei), urmată de aplicarea tehnicilor propriu-zise de analiza spectrală: transformata Fourier, transformata Fourier inversă, respectiv extrapolarea rezultatelor.

Am realizat un program scris în MatLab, care încearcă să prezică cursul valutar pentru viitorul apropiat..

Mai întâi se încarcă datele pentru 458 de zile, iar apoi se împart înregistrările în două seturi de date distincte; primul set de date este format din primele 365 de înregistrări, iar al doilea set de date va conține înregistrările de la 366 la 458 (următoarele 3 luni).

Cel mai interesant aspect în această aplicație este extrapolarea curbei FFT. Extrapolarea curbei FFT depinde de cât de multe puncte putem alege în urma procesului de curățare a spectrului de amplitudini rezultat din FFT. Păstrarea în analiză doar a frecvențelor dominante și eliminarea frecvențelor cu amplitudini minore (ce reflectă mai degrabă factori circumstanțiali, asociați ideii de zgomot), joacă un rol extrem de important în îmbunătățirea predicțiilor și deci în anticipării tendinței viitoare (creștere sau descreștere a valorilor seriei).

Alegerea unui orizont lung de predicție în cazul piețelor valutare sau a piețelor de valori este întotdeauna hazardată și nu reprezintă o bună opțiune. Intr-adevăr, dacă am putea prezice cu exactitate piața valutară sau piața de valori de fiecare dată, am putea lua decizii cu privire tipul sau volumul de valută sau acțiuni pe care să o

cumpărăm care ne-ar permite să obținem profituri exorbitante. Din nefericire, acest lucru nu este posibil, datorită faptului că predictibilitatea piețelor de acest fel este redusă. Aceste variabile depind de numeroși factori interni și condiții externe, care le procură o variabilitate foarte mare, accentuată de tot felul de evenimente imprevizibile ce pot să apară în economie sau societate. Prin urmare, alegerea unui orizont de predicție de 90 de zile a fost un test la limită, ce ar trebui evitat în realitate. Chiar și o predicție pentru următoarea zi sau următoarea săptămână este critică în acest domeniu de aplicații. Faptul că predicțiile pe un orizont destul de lung au fost rezonabile, arată că analiza spectrală este totuși capabilă să surprindă anumite caracteristici importante legate de structura și dinamicile interne ale proceselor financiare, în ciuda caracterului lor de procese dificil de prezis.

3.2. Utilizarea analizei componentelor independente pentru separarea factorilor fundamentali și netezirea seriilor de schimb valutar

În această aplicație utilizăm Analiza Componentelor Independente (ICA) pentru dezvăluirea factorilor fundamentali, latenți (neobservabili), dar care presupunem că au reprezentat mecanismul de generare a datelor de observație considerate: 6 serii paralele de rate de schimb valutar. ICA aparține unei arii de cercetare mai largi, numită separarea în orb a surselor (BSS: Blind Source Separation). Fiecare semnal măsurat este considerat un amestec de mai mulți factori distincți care stau la baza sa. Separarea unor astfel de factori cauzali fundamentali este foarte importantă pentru analiza multivariată a seriilor de timp financiare, în scopul de a explica co-evoluțiile din trecut și pentru a anticipa evoluțiile viitoare.

Abordarea propusă se bazează pe interpretarea seriilor de timp financiare ca mixturi de mai mulți factori fundamentali distincți. În încercarea de a produce reprezentări mai structurate și mai regulate și predicții mai exacte, se utilizează o abordare bazată pe descompunere spectrală cu ajutorul ICA, pentru separarea, netezirea și remixarea factorilor fundamentali. Aceasta constă în exploatarea

capacității ICA de a dezvălui componentele independente din spatele mai multor serii paralele ale ratelor de schimb valutar.

Problema predicției este abordată în următoarele două aplicații. Prima dintre ele utilizează pentru predicție Analiza Spectrului Singular. Ultima aplicație consideră o strategie de predicție ce combină metodele de analiză spectrală avansată prezentate în capitolul 4: ICA și SSA.

3.3. Modelarea și predicția unei serii de timp 3-dimensionale reprezentând valorile (minimă, medie, maximă) ale prețului unui active financiar, utilizând Analiza Spectrului Singular

O metodă spectrală avansată, numită **Analiza Spectrului Singular** (SSA) este folosită în această aplicație, în scopul modelării și predicției unei serii de timp 3-dimensionale. SSA este o tehnică neparametrică și este direcționată pentru a detecta structura seriilor de timp. Aceasta combină și completează avantajele altor metode, cum ar fi analiza Fourier și analiza regresiei. Setul de date utilizat în această aplicație constă dintr-o serie de timp 3-dimensională a valorilor (minimă, medie, maximă) ale prețului activelor pentru societatea Antibiotice SA, principalul producător de medicamente generice din România, care a fost listată la Bursa de Valori București în aprilie 1997.

Folosim un eșantion ce se întinde pe o perioadă de 2674 zile de tranzacționare.

Rezultatele obținute prin utilizarea extensiei multidimensionale a Analizei Spectrului Singular, o metodă neparametrică puternică pentru analiza seriilor de timp, s-au dovedit a fi foarte promițătoare. MSSA a fost folosit pentru modelarea, netezirea și predicția unei serii de timp 3-dimensionale reprezentând dinamica prețului (minim-medi-maxim) înregistrată pentru activele Antibiotice SA, principalul producător de medicamente generice din România. Dovezile experimentale demonstrează capacitatea metodei de a performa foarte bine în cazul unei serii de timp multidimensionale și pentru a produce previziuni exacte pentru un orizont relativ lung de predicție.

3.4. Utilizarea ICA în combinație cu SSA pentru robustificarea predicției seriilor de timp multidimensionale

Avantajul ICA constă în capacitatea sa de a descompune mixtura formată dintr-un set de variabile aleatoare în componente independente statistic. Studiile empirice au sugerat că mixturile pe care le observăm de fapt, pot fi mai bine prezise în mod indirect, prin intermediul factorilor latenți care stau la baza lor (componentele independente) relevate de ICA, urmată apoi de remixarea predicțiilor realizate pentru componentele independente pentru a produce predicții pentru mixturile observate. În acest sens, ICA poate fi privită ca o tehnică pentru robustificarea predicției seriilor de timp multidimensionale (vectorilor aleatori).

Setul de date utilizat în această aplicație conține seriile de timp ale prețurilor activelor pentru 5 companii listate la Bursa de Valori București (BVB), după cum urmează: C.N.T.E.E. TRANSELECTRICA S.A., S.N.T.G.N. TRANSGAZ S.A., S.N. NUCLEARELECTRICA S.A., S.N.G.N. ROMGAZ S.A., ANTIBIOTICE S.A..

Strategia de predicție utilizată este reprezentată de o metodă combinată, în care ICA este utilizată în combinație cu o altă metoda de predicție. Scopul este utilizarea ICA pentru a prezice seriile de timp financiare observate ca mixturi de semnale prin realizarea mai întâi a predicțiilor în spațiul ICA (generat de componentele independente), și prin reconstrucția predicțiilor pentru seriile inițiale de timp, prin revenirea la spațiul observabil al mixturilor. Predicția se poate face separat și cu o metodă diferită pentru fiecare componentă independentă, în funcție de structura sa temporală.

Seriile de timp financiare pot fi privite ca amestecuri de mai mulți factori fundamentali distincți. Această aplicație a abordat problema separării în orb a surselor, pentru a dezvălui factorii fundamentali din spatele a 5 serii paralele ale prețurilor activelor, în încercarea de a produce reprezentări mai structurate și regulate și predicții mai exacte. Experimentele confirmă utilitatea abordării combinate ICA-SSA în modelarea seriilor de timp multidimensionale. Această abordare prezintă o mai mare adaptabilitate pentru a se potrivi caracteristicilor diferite ale mai multor serii de date de timp.

CONCLUZII GENERALE

Modelele de serii de timp utilizate în mod curent în modelarea proceselor economice și financiare sunt modele în domeniul timpului. Prin aceasta se omite o dimensiune fundamentală ce caracterizează implicit seriile financiare în special: domeniul frecvenței. Seriile financiare sunt serii cu frecvență înaltă și foarte înaltă, deoarece tranzacțiile pe piețele valutare și bursiere se fac într-un ritm alert, facilitat de mediul electronic ce le găzduiește. Seriile reprezentând tranzacții „intra-day” au capacitatea de a genera un volum imens de date într-o perioadă foarte scurtă. În plus, variabilitatea datelor este foarte mare la fel ca și frecvența acestor variații.

Analiza seriilor de timp în domeniul frecvenței este comună multor domenii din științele naturii și științele tehnice, unde are o tradiție considerabilă.

Această teză își propune să recupereze acest tip de analiză în domeniul frecvenței pentru știința și practica economico-financiară. Prin această considerăm că tema pe care ea încearcă să o acopere este de un interes profund.

În prima parte a tezei am analizat tehnicile clasice de analiză spectrală, ale căror baze au fost puse cu multă vreme în urmă de Jean Baptiste Joseph de Fourier. Acest domeniu a progresat continuu și continuă să fie și astăzi efervescent.

Am considerat necesar să prezint noțiunile fundamentale ale analizei spectrale clasice finalizând cu principalele metode neparametrice de estimare a spectrului (metodele parametrice nu au făcut obiectul acestei teze). Cele mai importante dintre aceste metode neparametrice sunt periodograma, periodograma modificată, precum și Transformatele Fourier Rapide (directă și inversă).

În capitolul 3 am realizat o amplă ilustrare a modului în care aceste tehnici clasice de estimare spectrală pot fi utilizate pentru netezirea și predicția seriilor financiare.

În plus, în această teză am fost preocupați de studierea și utilizarea aplicativă a unor tehnici avansate de analiză spectrală. Mai concret, am analizat și utilizat două astfel de tehnici: Analiza Spectrului Singular și Analiza Componentelor Independente. Utilizarea acestor tehnici în modelarea proceselor economico-financiare este inedită, deoarece aceste domenii nu reprezintă un câmp tradițional de aplicații. Motivul pentru care am ales aceste tehnici derivă din potențialul deosebit al acestora în a modela procese cu caracteristici ce nu

convin metodelor tradiționale: lipsa staționarității, neliniaritatea, o cantitate mare de perturbații în date. Spre deosebire de metodele clasice, ambele metode (atât SSA cât și ICA) au capacitate de opera a cu astfel de serii de timp, în condițiile furnizării unor predicții de acuratețe deosebită. De remarcat că seriile financiare sunt apreciate a fi la limita impredictibilității, fiind asociate cu mersul aleator. În aceste condiții, predicțiile pe un orizont lung sau mediu nu sunt considerate credibile, iar cele pe termen scurt pun ele însele probleme dificile datorită incertitudinii cu care ne confruntăm pe piețele financiare.

Apărut ca un instrument puternic de modelare și predicție în meteorologie, geofizică și alte discipline conexe din științele naturii, analiza spectrului singular poate totuși să fie aplicată în mai multe domenii diferite. Seriile de timp financiare și economice prezintă câteva caracteristici care le fac adecvate pentru o analiză bazată pe SSA, în netezire, extracția trendului și prognoză. Atât dezvoltările teoretice cât și rezultatele prezentate susțin puternic utilizarea și potențialul SSA în serii de timp financiare. Ca o metoda ne-parametrică pentru modelare, netezire, extragerea trendului și componentelor ciclice, respectiv pentru prognoză, credem că SSA trebuie să facă parte din setul de instrumente al practicienilor, deoarece poate da rezultate care sunt similare sau mai bune decât cele obținute prin metodele tradiționale. Ca metodă de prognoză în serii de timp economice și financiare, SSA pare să dea rezultate foarte promițătoare. O serie de posibile aplicații rămân deschise și pot fi urmărite în cercetarea viitoare.

Pe de altă parte, analiza componentelor independente (ICA) este o tehnică statistică și de calcul ce are ca scop să dezvăluie factorii ascunși ce stau la baza seturilor de variabile aleatoare, măsurători, sau semnale. ICA definește un model generativ pentru datele multidimensionale observate, care este, de obicei, dat ca o bază de date mare. În model, variabilele sunt presupuse a fi amestecuri liniare sau neliniare ale unor variabile latente necunoscute și sistemul de amestecare este de asemenea necunoscut. Variabilele latente sunt presupuse negausiene și reciproc independente, și ele sunt numite componente, independente ale datelor observate. Aceste componente independente, numite și surse sau factori, pot fi găsite de ICA. Considerăm că seriile observate în finanțe se înscriu foarte bine în acest tipar. Spre exemplu, seriile paralele exprimând cursuri valutare, sau seriile paralele exprimând indici bursieri ale diverselor piețe financiare, au tendința de a prezenta co-evoluții care au drept cauză o serie de factori fundamentali, latentți (neobservabili), dar care reprezintă surse comune de influență pentru întregul set de serii paralele observate. Putem deci, prin urmare, să considerăm aceste serii paralele ca fiind mixturi observabile generate de factorii fundamentali ascunși. O metoda de determinare a acelor factori fundamentali ce dictează

evoluția concertată a variabilelor pe numeroase piețe poate fi de un real interes. ICA reprezintă un astfel de instrument, iar utilizarea sa în economie și finanțe este astfel pe deplin justificată.

ICA poate fi văzută ca o extensie a analizei componentelor principale și a analizei factoriale. Ea este, cu toate acestea o tehnică mult mai puternică, capabilă să găsească astfel de factori sau surse latente și să răspundă unor scopuri în raport cu care aceste metode clasice eșuează complet. ICA nu se rezumă doar la a decorela un set de serii statistice, ci caută factori independenți. Or se știe că independența este o proprietate mai strictă decât necorelarea. În acest fapt stă forța ICA atunci când este utilizată pentru descompunerea componentelor unor serii de timp.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Akaike H., “Power spectrum estimation through autoregressive model fitting,” *Ann Inst Statist Math.*, vol. 21, pp. 407-419, 1969.
- [2]. Akaike H., “A new look at statistical model identification,” *IEEE Trans Autom Contr.*, vol. AC-19, pp. 716-723, 1974.
- [3]. Amari, S., Super-efficiency in blind source separation., *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 47, Issue 4, 1999.
- [4]. Amari, S., & Cardoso, J., Blind source separation—Semi-parametric statistical approach, *IEEE Transactions on Signal Processing*. Vol. 45, Issue 11, 1997.
- [5]. Bachelier, L., *Théorie de la Spéculation*, Annales Scientifique de l'École Normale Supérieure, 3^e série, tome 17, 21-86, 1900.
- [6]. Barnett, T. P. and Hasselmann, K., Techniques of linear prediction, with application to oceanic and atmospheric fields in the tropical Pacific. *Rev. Geophys. and Space Phys.* 17, 949-968, 1979.
- [7]. Back, AD, & Weigend, AS. A first application of independent component analysis to extracting structure from stock returns. *International journal of neural systems*, 8(4), 473–484, 1997.
- [8]. Becker, S & Hinton, GE., A self-organizing neural network that discovers surfaces in random-dot stereograms. *Nature*, 355, 161-163, 1992.
- [9]. Bell, A.J., Sejnowski, T.J. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural computation*. 7, 1129–1159, 1995.
- [10]. Belouchrani A. et al., A blind source separation technique based on second order statistics. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(2):434-44, 1997.
- [11]. Blackman R B. and J. W. Tukey, “The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering,” *Bell Syst. Tech. J.*, Vol 33, pp. 185-282, 485-569, 1958.
- [12]. Box G. and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting, and Control* Oakland, CA: Holden-Day, 1970.
- [13]. Brockwell, P. J. and Davis R. A., *Introduction to Time Series and Forecasting*, 2nd edition. Springer, 2002.
- [14]. Broomhead, D. S. and King, G., Extracting qualitative dynamics from experimental data *Physica D* **20** 217–236, 1986.

- [15]. Broomhead and King (1986 a, b)
- [16]. De Moor, B., The singular value decomposition and long and short spaces on noisy matrices. *IEEE Transaction on Signal Processing* **41** 2826–2838, 1993.
- [17]. Burg J. P., *Maximum Entropy Spectral Analysis*. Oklahoma City, OK, 1967.
- [18]. Cardoso, J.F., Source separation using higher order moments. Proc. ICASSP'89, pages 2109-2112, 1989.
- [19]. Cardoso J.-F., and Laheld B.H., Equivariant Adaptive Source Separation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 44, No. 12, 1996.
- [20]. Cardoso, J.F., Souloumiac, A. Independent component analysis. John Wiley and Sons, New York, 2001.
- [21]. Cichocki, A, & Amari, S. *Adaptive blind signal and image processing – learning algorithms and applications*. London, John Wiley and Sons, 2002.
- [22]. Colebrook JM (1978) Continuous plankton records: zooplankton and environment, north-east Atlantic and the North Sea, 1984-1975. *Oceanol Acta* 1:9-23, 1978.
- [23]. Comon, P. Independent component analysis: a new concept? *Signal Processing* 36, 287-314, 1994.
- [24]. Cooley J. W. and J. W. Tukey, "An algorithm for the machine calculation of Fourier series," *Math Comput.*, vol. 19, pp, 297-301, 1965.
- [25]. Danilov, D. and Zhigljavsky, A. (Eds.), *Principal Components of Time Series: the 'Caterpillar' method*, University of St. Petersburg, St. Petersburg, 1997.
- [26]. Delureanu, S.M.. A spectral decomposition approach to separating independent factors: the case of foreign exchange rates, *The Young Economists Journal*, 25, 2015
- [27]. Dirac P., *Principles of Quantum Mechanics* New York: Oxford University Press, 1930.
- [28]. Elsner, J. B., Tsonis, A. A., *Singular Spectrum Analysis: A New Tool in Time Series Analysis*, Plenum, 1996.
- [29]. Fraedrich, K., Estimating the dimensions of weather and climate attractors, *J. Atmos. Sci.*, 43, 419-432, 1986.
- [30]. Fourier J., *Théorie Analytique de la Chaleur*. Paris, France: Didot, 1822.
- [31]. Fuller, W., *Time Series Analysis*, 2nd edition, New York: John Wiley, 1995.
- [32]. Gaeta, M. and Lacoume, J.-L., Source separation without prior knowledge: the maximum likelihood solution. In: *Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO'90)*, pp. 621-624, 1990.

- [33]. Georgescu, V. , Robustly Forecasting the Bucharest Stock Exchange BET Index through a Novel Computational Intelligence Approach. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 3, 23-42, 2010.
- [34]. Georgescu, V. , An Econometric Insight into Predicting Bucharest Stock Exchange Mean-Return and Volatility–Return Processes. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 3, 25-42, 2011.
- [35]. Georgescu, V. , Online Change-Point Detection in Financial Time Series: Challenges and Experimental Evidence with Frequentist and Bayesian Setups. *Proceedings of the XVII SIGEF Congress*, Word Scientific, 131-145, 2012.
- [36]. Georgescu, V. , Indications of Chaotic Behavior in Bucharest Stock Exchange BET Index. *Proceedings of the MS'12 International Conference*, Word Scientific, 343-352, 2012.
- [37]. Georgescu, V. , Joint Propagation of Ontological and Epistemic Uncertainty across Risk Assessment and Fuzzy Time Series Models, *Computer Science and Information Systems*, 2, 11, 881–904, 2014.
- [38]. Georgescu, V., Delureanu, S.M., Fuzzy-Valued and Complex-Valued Time Series Analysis using Multivariate and Complex Extensions to Singular Spectrum Analysis. *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2015)*, 1-8, 2015.
- [39]. Georgescu, V., Delureanu, S.M., Advanced Spectral Methods and Their Potential in Forecasting Fuzzy-Valued and Multivariate Financial Time Series. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Springer-Verlag, 129-140, 2015.
- [40]. Ghil, M., and R. Vautard, "Interdecadal oscillations and the warming trend in global temperature time series", *Nature*, 350, 324–327 1991.
- [41]. Ghil, M., The SSA-MTM toolkit: Applications to analysis and prediction of time series, *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, 3165, 216–230, 1997.
- [42]. Ghil, M. and Jiang, N., "Recent forecast skill for the El Niño/Southern Oscillation", *Geophys. Res. Lett.*, 25, 171–174, 1998.
- [43]. Ghil, M., R. M. Allen, M. D. Dettinger, K. Ide, D. Kondrashov, et al., "[Advanced spectral methods for climatic time series](#)", *Rev. Geophys.* 40(1), 3.1–3.41, 2002.
- [44]. Girolami M. and Fyfe C., “Higher order cumulant maximisation using nonlinear Hebbian and anti-Hebbian learning for adaptive blind separation of source signals”, *Advances in Computational Intelligence, 3rd International Workshop in Signal and Image Processing, IWSIP'96*, Manchester, UK, 1996.

- [45]. Golyandina, N., Zhigljavsky, A., Singular Spectrum Analysis for time series. Springer Briefs in Statistics, Springer, 2013.
- [46]. Golyandina, N., Nekrutkin, V., and Zhigljavsky, A., *Analysis of Time Series Structure: SSA and related techniques*, Chapman & Hall/CRC, New York – London, 2001.
- [47]. Granger, C. W. J., Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica* **37**424–438, 1969.
- [48]. Granger, C.W. J., Testing for causality: A personal viewpoint. *Journal of Economic Dynamics and Control* **2** 329–352, 1980.
- [49]. Heaviside O., *Electrical Papers*, vol. I and 11. New York: Macmillan, 1892.
- [50]. Hassani, H. and Zhigljavsky, A., Singular Spectrum Analysis: Methodology and Application to Economics Data. *Journal of System Science and Complexity*, **22** 372–394., 2009.
- [51]. Hassani, H., Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison. *Journal of Data Science* **5** 239–257, 2007.
- [52]. Heisenberg W., *The Physical Principles of Quantum Theory*. Chicago, IL: University of Chicago Press, 1930.
- [53]. Hodrick, R. and Prescott E. C., Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking* **29** 1–16, 1997.
- [54]. Hotelling H., Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components, *Journal of Educational Psychology*, **24**:417–441, 498–520, 1933.
- [55]. Hyvärinen, A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks* **10**(3), 626-634, 1999.
- [56]. Hyvärinen, A., Karhunen, J., Oja, E Independent component analysis. John Wiley and Sons, New York, 2001.
- [57]. Jutten, C., Herault, J. Blind separation of sources, part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture. *Signal Processing* **24**, 1-10, 1991.
- [58]. Jutten C., Herault J. and Guerin A., *Artificial Intelligence and Cognitive Sciences*, 231-248, Manchester Press, 1988.
- [59]. Karhunen, J. and Joutsensalo, J., Generalizations of principal component analysis, optimization problems, and neural networks. *Neural Networks*, **8**(4):549-562, 1994.
- [60]. Karhunen, K., Über lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, *Ann. Acad. Sci. Fennicae. Ser. A. I. Math.-Phys.*, No. 37, 1–79, 1947.
- [61]. Lagrange J. L., *Théorie des Fonctions Analytiques* Paris, France, 1759.
- [62]. Lee, Girolami and Sejnowski (1997)

- [63]. Levinson N., “A heuristic exposition of Wiener’s mathematical theory of prediction and filtering,” *Journal of Math and Physics*, vol. 26, pp. 110-119, 1947.
- [64]. Levinson N., The Wiener RMS (root mean square) error criterion in filter design and prediction, *J. Math Phys.*, vol. 25, pp. 261-278, 1947.
- [65]. Linsker R., Local synaptic learning rules suffice to maximise mutual information in a linear network *Neural Computation* 4, 691-702, 1992.
- [66]. Liouville J., “Premier mémoire sur la théorie des équations différentielles linéaires et sur le développement des fonctions en séries,” *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, Paris, France, Series 1, vol. 3, pp. 561-614, 1838.
- [67]. Loève M., Analyse harmonique générale d’une fonction aléatoire. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 220:380–382, 1945
- [68]. Loève, M., *Probability Theory*, Vol. II, 4th ed., Springer-Verlag, 1978.
- [69]. Molgedey, L. Schuster, H.G. Separation of a mixture of independent signals using time delayed correlations. *Phys. Rev. Lett.*, 72:3634-3636, 1994.
- [70]. Moskvina, V. G. and Zhigljavsky, A., An algorithm based on singular spectrum analysis for change-point detection. *Communication in Statistics - Simulation and Computation* 32:319–352, 2003.
- [71]. Neumann J. von, “Eigenwerttheorie Hermitescher Funktionaloperatoren,” *Math Ann.*, Vol 102, p. 49, 1929.
- [72]. Neumann J. von, *Mathematische Grundhgen der Quantenmechanik*. Berlin, Germany: Springer, 1932.
- [73]. Ngyuen H.L. and Jutten C., Blind Source Separation for Convolutional mixtures, *Signal Processing*, 45, 209-229, 1995.
- [74]. Oja, E., The nonlinear PCA learning rule and signal separation - mathematical analysis. Technical Report A 26, Helsinki University of Technology, Laboratory of Computer and Information Science. <https://papers.nips.cc/paper/1315-one-unit-learning-rules-for-independent-component-analysis.pdf>, 1995.
- [75]. Parzen E., *Time Series Analysis Papers*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1967.
- [76]. Parzen E., “Modern empirical spectral analysis,” Tech. Report N-12, Texas A&M Research Foundation, College Station, TX, 1980.
- [77]. Pearlmutter and Parra (1996)
- [78]. Press H. and J. W. Tukey, “Power spectral methods of analysis and their application to problems in airplane dynamics,” *Bell Syst Monogr.*, Vol 2606, 1956.

- [79]. Priestley M., *Spectral Analysis and Time Series*, 2 volumes, London, England: Academic Press, 1981.
- [80]. Schrödinger, E., "An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules". *Phys. Rev.* 28 (6): 1049-1070, 1926.
- [81]. Schrodinger E., *Collected Papers on Wave Mechanics* London, England: Blackie, 1928.
- [82]. Spearman, C., "General intelligence" objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 201-293, 1904.
- [83]. Stone, J.V. Independent Component Analysis: A Tutorial Introduction. Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2004.
- [84]. Sturm C., "Memoire sur les équations différentielles linéaires du second ordre," *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, Paris, France, Series 1, vol. 1, pp. 106-186, 1836.
- [85]. Schuster A., "On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26-day period of meteorological phenomena," *Tew. Magnet.*, vol. 3, pp. 13-41, 1898.
- [86]. Tong, L. et al Indeterminacy and identifiability of blind identification. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 38, 1991.
- [87]. Tukey J. W. and R. W. Hamming, "Measuring noise color 1," *Bell Lab. Memo*, 1949.
- [88]. Tukey J. W., "The estimation of power spectra and related quantities," *On Numerical Approximation*, R. E. Langer, Ed. Madison, WI: University of Wisconsin Press, 1959, pp. 389-411.
- [89]. Tukey J. W., "An introduction to the measurement of spectra," in *Probability and Statistics*, U. Grenander, Ed. New York: Wiley, 1959, pp. 300-330.
- [90]. Tukey J. W., "An introduction to the calculations of numerical spectrum analysis," in *Spectral Analysis of Time Series*, B. Harris, Ed. New York: Wiley, 1967, pp. 25-46.
- [91]. Vautard, R., Ghil, M., Singular-spectrum analysis in nonlinear dynamics, with applications to paleoclimatic time series. *Physica D*, 35, 395-424, 1989.
- [92]. Vautard, R., Yiou, P., Ghil, M., Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica D*. 58, 95-126, 1992.
- [93]. Weare, B. C., and J. S. Nasstrom, Examples of extended empirical orthogonal function analysis. *Mon. Weath. Rev.*, 110, 481-485, 1982.
- [94]. Weinstein C. E. (Eds.) *Student Motivation, Cognition, and Learning: Essays in Honor of Wilbert J. McKeachie* (pp. 257-273). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1994.

- [95]. Wiener, Norbert, "Differential space", *Journal of Mathematical Physics* 2, 131-174, 1923.
- [96]. Wiener N., "Generalized harmonic analysis," *Acta Math.*, vol. 55, pp. 117-258, 1930.
- [97]. Wiener N., *Cybernetics* Cambridge, MA: MIT Press, 1948.
- [98]. Wiener N., *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, MIT NDRC Report, 1942, Reprinted, MIT Press, 1949.
- [99]. Wiener N., *The Fourier Integral*, London, England: Cambridge, 1933.
- [100]. Wiener N., *I Am a Mathematician* Cambridge, MA: MIT Press, 1956.
- [101]. Whittle P., *Hypothesis Testing in Time-Series Analysis*. Uppsala, Sweden: Almqvist and Wiksells, 1951.
- [102]. Yiou P., Sornette D., Ghil M., Data-adaptive wavelets and multi-scale SSA, *Physica D* 142, 254-290, 2000.
- [103]. Zhigljavsky, A. (Guest Editor), "Special issue on theory and practice in singular spectrum analysis of time series". *Stat. Interface* 3(3), 2010.
- [104]. Zhigljavsky, A., Hassani, H., and Heravi, H., Forecasting European Industrial Production with Multivariate Singular Spectrum Analysis, International Institute of Forecasters, 2008–2009 SAS/IIF Grant, <http://forecasters.org/pdfs/SASReport.pdf>.